b. Montrer que la représentation graphique Γ de G est l'image de (C_1) par la translation de vecteur $-2\vec{j}$.

4. Soit la fonction h définie par : h(x) = ln(f(x)).

a) Préciser le domaine de définition de h. b) Dresser le tableau de variation de h.

Exercice N°7 : Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\frac{1}{2}\ln^2(x)$.

1. Etudier f et tracer sa courbe.

2. a)Etudier le sens de variation de f'.

b) En appliquant l'inégalité des accroissements finis, montrer que : $\frac{\ln(1+x)}{x} \le f(1+x)-f(x) \le \frac{\ln x}{x}$

c) Soit U la suite définie sur IN par : $U_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{\ln k}{k}$. Montrer que pour tout n ≥3 : $Un \ge f(n+1)-f(3)+\frac{\ln 2}{2}$ et en déduire la limite de U.

Exercice N°8 : Soit $h(x)=1-x+x\ln x$ pour tout x > 0.a) Donner le signe de h(x) pour tout x > 0. b) Montrer que pour tout x > 1, on a : $1<\frac{x\ln x}{x-1}<1+\ln x$

1. Déduire que : $\forall k \in \mathbb{N}^* : 1<(k+1)\ln\left(\frac{1+k}{k}\right)<1+\ln\left(\frac{1+k}{k}\right)$.

2. Soit U la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ $par: U_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n}(k+1)\ln\left(\frac{k+1}{k}\right)$.

a) Montrer que $\forall k \in \mathbb{N}^* : 1<U_n<1+\ln\left(\frac{1+n}{n}\right)$. b) Déduire que la suite U est convergente et donner sa limite.

Exercice N°9 : Pour tout un entier naturel, on pose : $I_n = \int_0^1 \frac{t^n}{1+t}dt$

1. a) Montrer que la suite (I_n) est décroissante.

b) Montrer que pour tout $\frac{1}{2(n+1)} \le I_n \le \frac{1}{n+1}$ et déduire la limite (I_n).

2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $on\ a : I_{n+1}+I_n = \frac{1}{1+n}$.

3. a) Montrer que pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, on a : $\int_k^{k+1}\frac{1}{t}dt \le \frac{1}{k}$.

b) Déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*, on\ a : \sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{k} \ge \ln(n+1)$. *Déduire* $\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{k}$.

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$. On pose $S_n = \sum_{k=1}^{k=n} I_k$. Déterminer $\lim_{n\to+\infty} S_n$.

Exercice N°10 : Pour tout $x \in]1,+\infty[$ on pose $f_n(x) = \ln(x-1)+\sum_{k=1}^{n}\frac{x^k}{k}$ où n est entier naturel tel que n ≥ 2.

1. Dresser le tableau de variation de f_n .

2. Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ admet une seule solution (α_n).

3. a) Montrer que : $f_{n+1}(\alpha_n) = \frac{(\alpha_n)^{n+1}}{n+1}$.

b) En déduire la monotonie de la suite (α_n). c) En déduire que la suite (α_n) est convergente

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn
Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...